

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – 16 settembre 2014**



**Domanda 1 (punti 2).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 8}{x - 1}}$$

Dominio	$E = [-4, 1) \cup [2, +\infty)$
Positività	$P = (-4, 1) \cup (2, +\infty)$
Intersezioni	$A(-4; 0) \quad B(2; 0) \quad C(0; 2\sqrt{2})$

**Domanda 2 (punti 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = \log(x^2 + 2x + 4)$

Derivata prima	$f' = \frac{2(x+1)}{x^2 + 2x + 4} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(-1; \log 3) \quad \text{cresce in } (-1, +\infty)$

**Domanda 3 (punti 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = x \cdot e^{1-x^2}$

Derivata prima	$f' = e^{1-x^2} \cdot (1 - 2x^2) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 2e^{1-x^2} \cdot x \cdot (2x^2 - 3)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-\sqrt{3/2}; -\sqrt{3/(2e)}) \quad F_2(\sqrt{3/2}; \sqrt{3/(2e)})$ $F_3(0; 0)$ convessa in $(-\sqrt{3/2}, 0) \cup (\sqrt{3/2}, +\infty)$

**Domanda 4 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{6x^5 - 3x^3 + 8x + 9}{(x^2 - 16) \cdot (x^2 - 5x + 6)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-4, 4, 2, 3\}$
As. verticali	$x = -4, x = 4, x = 2, x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 6x + 30$

**Domande teoriche**

- 1) Operazioni sui limiti e forme indeterminate (punti 3)
- 2) Definizione di derivata con significato geometrico (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 5 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^2 \frac{1+4x}{\sqrt{x}} dx \quad \text{e} \quad \int 3x^2 \cdot \log(2x) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{2}{3}\sqrt{x} \cdot (4x+3)$ $\frac{2}{3}(11\sqrt{2}-7) \approx 5,7042$
Integrale indefinito	$\frac{1}{3}x^3 \cdot (3\log(2x)-1) + c$

**Domanda 6 (punti 3, 6\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} -2x + y + 3z = 3 \\ k \cdot x - 4y + 2z = 2 \\ x + k \cdot y - 3z = -1 \end{cases}$$

Compatibilità	$k \neq -10/3; 1$ : sol. unica $k = -10/3$ : incompatibile $k = 1$ : incompatibile
Soluzioni	$\left( x = \frac{28}{3k^2+7k-10}; y = \frac{6k+8}{3k^2+7k-10}; z = \frac{3k^2+5k+6}{3k^2+7k-10} \right)$

**Domanda 7 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^2 - 2x \cdot y - 3y^2 + 4x - 6y + 2$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = -2x + 4y = 4$ .

Derivate parziali	$f_x = 2x - 2y + 4 \quad f_y = -2x - 6y - 6$
Estremi liberi	$S(-9/4; -1/4) \quad z = -7/4 \quad H = -16$
Estremi vincolati	$M(-8/3; -1/3) \quad \lambda = 1/3 \quad z = -5/3$ $H = 24$

**Domande teoriche.**

3) Il teorema di Barrow-Torricelli con dimostrazione (punti 4, 4\*)

4) Le derivate parziali (punti 3\*)

5) Il teorema di Cramer (punti 3\*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.  
Punteggi II parte contrassegnati con \*.